

Université 08 Mai 45 de Guelma
Département d'Informatique

Guelma, le 24 Janvier 2012

Durée de l'examen : Deux (2h00) Heurs

Questions (O5 pt) (Micro Interrogation)

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes, sans donner une justification. Barème : + 0,5 pour une **réponse juste**, - 0,5 pour une **réponse fausse**, 0 pour une **absence de réponse**.

1. L'ensemble des graphes orientés finis est dénombrable.
2. Tout langage fini est décidable.
3. Tout langage sur un alphabet à une lettre est décidable.
4. Étant donné une machine de Turing M , un mot w et un entier k , on peut décider si M accepte w en au plus k pas (fois) de calcul.
5. Étant données deux machines de Turing M_1 et M_2 , on peut décider si $L(M_1) \subseteq L(M_2)$.
6. Il existe une infinité de fonctions récursives totales qui ne sont pas primitives récursives.
7. Le langage des mots sur l'alphabet ASCII représentant un programme C syntaxiquement correct est décidable.
8. Le complément de tout ensemble récursivement énumérable est aussi récursivement énumérable.
9. Le Calcul propositionnelle est il décidable.
10. Tous langage semi-décidable est un langage acceptable.

Exercice 1 : Calculabilité et Décidabilité (O5 pt) (Micro Interrogation)

Soit Le Langage 'L', l'ensemble des mots sur $\Sigma = \{a, b, c\}$ qui ne contiennent jamais deux 'a' qui se suivent.

1. Est se que le langage L est régulier ? si oui justifiez et donnez sont expression régulière.
2. Est se que le langage L est décidable ? si oui prouvez-le à l'aide de la machine de Turing.

Exercice 3 : Logique Propositionnelle 'Dédution' (O4 pt)

On se trouve sur une île dont les originaires sont répartis en deux tribus, les Purs et les Pires. Les Purs disent toujours la vérité tandis que les Pires mentent toujours. On rencontre deux originaires, Aha et Bébé.

- (A) Aha déclare : "L'un de nous au moins est un Pire". Pouvez-vous en déduire ce que sont Aha et Bébé ?
- (B) Aha déclare : "L'un de nous deux au plus est un Pire". Pouvez-vous en déduire ce que sont Aha et Bébé ?
- (C) Aha déclare : "Nous sommes tous les deux de la même tribu". Pouvez-vous en déduire ce que sont Aha et Bébé ?

Dans chacun de cas, on indiquera comment les énoncés en français ont été traduits en formules et on expliquera comme la déduction a été effectuée.

Exercice 4 : Logique des Prédicats (O5 pt)

Soit x, y, z des variables et a une constante.

- a) Déterminer les variables libres, les variables liées ainsi que les relations (Prédicats) et fonctions dans les formules suivantes : (O2 pt)
 - $A = \forall x P(f(x,y,z)) \vee \forall z R(a,z)$
 - $B = \forall x \exists y (\forall y \exists z P(x,y,z) \vee \forall z \exists y (Q(x) \Rightarrow R(x,y)))$
 - $C = \forall x \exists y \forall z (Q(x, y) \Rightarrow \forall z \exists t P(x, y, z, t))$
- b) Quelles sont les formules closes parmi A, B, C ? (O1 pt)
- c) Mettez les formules sous la forme préfixe ? (O2 pt)